

DIE KUBOEDER

Im Folgenden geht es darum, die geschnittenen Würfel nun einzeln vorzustellen. In ihrer Gesamtheit nennen wir sie KUBOEDER, eine Wortmontage aus Kubus = Würfel (der Körper, von dem jeder Schnitt ausgeht) und Polyeder = Vielflächler (als Hinweis auf den Kern, zu dem jeder Schnitt hinführt).

Um sie voneinander unterscheiden zu können, haben wir den einzelnen Kuboedern von Anfang an, in der Reihenfolge ihrer Entwicklung, verschiedene Nummern gegeben. So entstand eine Reihe geschnittener Würfel von Nr. 5 bis Nr. 20. Zweimal gibt es von einer Nummer auch eine zweite Version (Nr. 9A und Nr. 9B, Nr. 17A und Nr. 17B), so daß insgesamt 18 verschiedene Würfelschnitte entwickelt worden sind.

Damit in jedem Fall im Innern des Würfels ein Polyederkern entstehen konnte, mußten die Schnitte bestimmten Grundregeln folgen: ein Schnitt darf einen Würfel niemals in seiner Mitte treffen und seine Schnittflächen sollen nicht parallel zu einer Würfelfläche entstehen. Daraus folgt, daß es zwar nur eine Möglichkeit gibt, mit dem Schnitt anzusetzen, nämlich diagonal, es aber wohl zwei Weisen zu schneiden geben kann, nämlich entweder parallel zu einer Würfelkante verlaufend oder schräg zu ihr. Den einen nennen wir einen Kantenschnitt, denn durch ihn werden die kantigen Abschnitte des Würfels als Körper objektiviert. Den anderen nennen wir einen Eckenschnitt, denn er gliedert Würfecken aus mit je drei Würfelkanten, die entweder gedrittelt, halbiert oder in ganzer Länge erscheinen. Eine Schnittfolge kann also einen Würfel in unterschiedliche Gefüge von einheitlichen Abschnitten verwandeln, die als Ganzes gesehen dessen Kern wie eine Schale umfassen. Das bedeutet, daß im Schnitt geometrische Ordnungen artikuliert sind.

Die Nummerierung der Kuboeder erfolgte willkürlich, wir haben uns dabei allerdings durch die Vorgaben bei Fröbel leiten lassen, um auch den historischen Bezug sichtbar zu machen. Es entsprechen nämlich die Nummern 5 bis 14 den, in einem großen gekammerten Kasten vereinigt gedachten, von Fröbel so genannten "14 Festgestalten". Das erste Kästchen war dort belegt durch die Kugel

(Nr 1), das zweite durch die Walze (Zylinder) (Nr. 2), das dritte durch den "reinen Würfel" (Nr. 3) und das vierte durch den "durchbrochenen" oder "gehörten" Würfel (Nr. 4). Das ist der Grund, weshalb unsere Zählung mit der Nummer 5 beginnt.

Im fünften Kästchen nämlich sollte nach Fröbels Vorstellung der Kern des ersten geschnittenen Würfels liegen, in einem extra Kästchen neben diesem seine Abschnitte. Und dies so fort bis zur 14. Festgestalt oder dem zehnten geschnittenen Würfel.

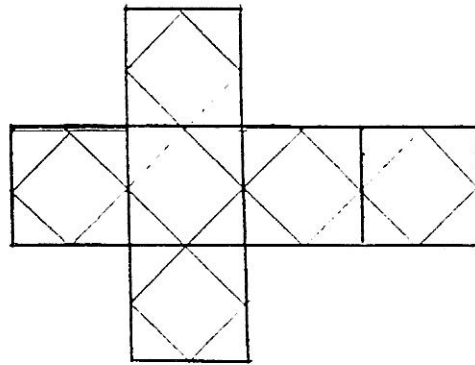
Ursprünglich war an eine Herstellung der Kuboeder in drei verschiedenen Größen gedacht, nämlich ausgehend von Würfeln mit einer Kantenlänge von 6 cm, 8 cm und 10 cm. Entsprechend sind von Herrn Dr. Hommel auch die Berechnungen durchgeführt worden. Es hat sich dann aber in der Praxis sehr schnell gezeigt, daß bei einem kleinen Ausgangswürfel die einzelnen Abschnitte zu winzig ausfallen und deshalb unterrichtlich nicht gut handhabbar sind. So wurden in der Werkstatt der Firma Holz-Hoerz schließlich nur Würfel mit einer Kantenlänge von 10 cm zu Kuboedern geschnitten.

Und nun zur Beschreibung der einzelnen Kuboeder.

Wie gesagt, durch die Schnitte entstehen triadisch gegliederte Körper. Den Körper, der geschnitten wird, nennen wir in Anlehnung an die Bezeichnungen in den Berechnungen von Herrn Hommel *Hauptkörper* (Würfel), seine Abschnitte *Teilkörper* (Schale) und seinen Kern *Endform*. Die Kopie der vollständigen mathematischen Darstellung eines Kuboeders, also Berechnung der Schnitte und Körper samt graphischer Darstellung, fügen wir, exemplarisch für alle Darstellungen der übrigen Kuboeder, in der Anlage bei.

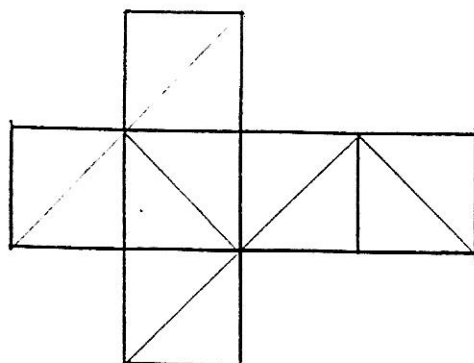
Kuboeder Nr. 5

Hier handelt es sich um einen die Würfelkanten halbierenden Eckenschnitt, die Schnittflächen am Hauptkörper erscheinen als **gleichseitige Dreiecke**. Acht pyramidenförmige Abschnitte mit der Schnittfläche als Basis und drei kongruenten **rechtwinkligen Dreiecken** mit zwei gleich großen spitzen Winkeln, bilden die Schale um einen Kuboktaeder-Kern (Sechs-acht-Flächner), dessen Oberfläche sich aus 6 kongruenten **Quadraten** und 8 kongruenten **gleichseitigen Dreiecken** zusammensetzt. Der Schnitt bildet sich als Fugenstruktur auf dem Würfelnetz wie folgt ab:



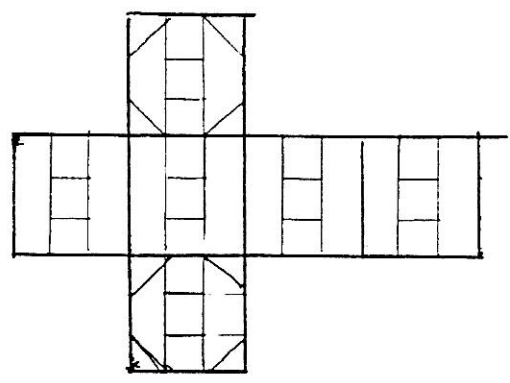
Kuboeder Nr. 6

Wir haben wieder einen Eckenschnitt, der aber diametral an den Würfelflächen ansetzt und jeweils durch Würfecken führt. Die Schnittfolge der ersten vier Schnitte hinterläßt äußerlich sichtbare Fugen und die Schnittflächen bilden **gleichseitige Dreiecke**. Die Folge der nächsten vier Schnitte führt ins Innere des Würfelkörpers und bildet am Hauptkörper wieder **gleichseitige**, aber kleinere **Dreiecke** als Schnittflächen aus. Durch die erste Schnittfolge entstehen 4 *Dreieckspyramiden* (wie Nr. 5), die zweite bringt 4 *Pyramiden* mit je 4 kongruenten **gleichseitigen Dreiecken** hervor. Die zweimal vier Abschnitte bilden die Schale des Oktaeder-Kerns (Achtflächner), dessen Oberfläche sich aus 8 kongruenten **gleichseitigen Dreiecken** zusammensetzt. Auf dem Würfelnetz bildet sich der Schnitt wie folgt ab:



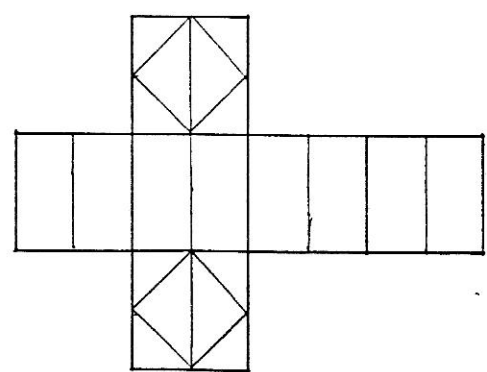
Kuboeder Nr. 7

Dieser Kuboeder erscheint in einem Kantenschnitt, der aus 3 Folgen mit je 4 äußerlich bleibenden Schnitten, welche die Würfelkanten im Verhältnis 1:2 schneidet, besteht. Entsprechend durchläuft der Hauptkörper verschiedene Stadien der Flächenbildung und Körperformung. So entstehen am Hauptkörper zuerst vier Rechtecke (*achtkantige Säulenform*), dann vier **gleichschenklige Trapeze** (*abgekantete Säulenform*) und schließlich vier **unregelmäßige Sechsecke** mit je zwei parallelen Seiten als Schnittflächen. Über entsprechende Basen verfügen die 3 x 4 Kantenabschnitte. In ihrer Gesamtheit umschließen sie einen Kubdodekaeder, dessen Oberfläche sich aus 6 kongruenten **Quadraten** und 12 kongruenten **Sechsecken** mit parallelen Seitenpaaren zusammensetzt. Auf dem Würfelnetz sieht dieser Schnitt wie folgt aus:



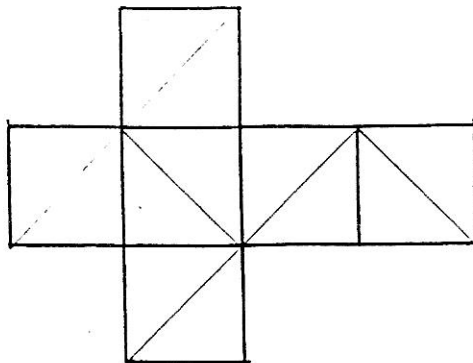
Kuboeder Nr. 8

Auch hier ein Kantenschnitt mit 3 Folgen zu je 4, diesmal jedoch kantenhalbierenden Schnitten, welche zur Folge haben, daß die Schnitte ins Innere des Würfels gehen und äußerlich die Fugen nur zweier Folgen sichtbar sind. Als Schnittflächen entstehen zuerst vier Rechtecke (*vierkantige Säule*), dann vier **gleichschenklige Dreiecke** (*gedrückter Oktaeder*) und schließlich vier **Rhomben**. Die drei mal vier Kantenabschnitte weisen entsprechende Basen auf. Ihre Körper bilden die Schale eines Rhombendodekaeders, dessen Oberfläche aus 12 kongruenten **Rhomben** - wie der Name schon sagt - besteht. Das Würfelnetz gibt diesen Schnitt wie folgt wider:



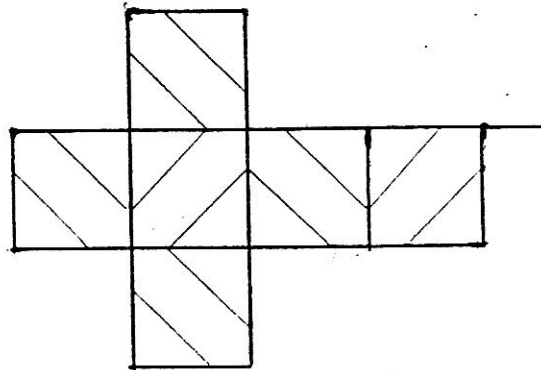
Kuboeder Nr. 9A

Bei diesem Körper haben wir es wieder mit einem Eckenschnitt zu tun bestehend aus zwei Folgen zu einmal vier (diametral angesetzten) und drei mal zwei (bzw.sechs) Schnitten. Es entstehen am Hauptkörper nacheinander folgende Schnittflächen: zunächst vier **gleichseitige Dreiecke**, dann zwei **Rechtecke**, zwei **Parallelelogramme** und zwei **Sechsecke** mit zwei langen und vier kurzen Seiten, und folgende Teilkörper: vier *Dreieckspyramiden* mit gleichseitiger Basis und drei **rechtwinkligen Dreiecken**; zwei Körper mit **rechteckiger Basis**, zwei **gleichseitigen Dreiecken** und zwei **Trapezen**; zwei mit drei Seiten eines **Parallelelogramms** (davon eine als Basis) und zwei **gleichschenkligen Dreiecken**; zwei mit **sechseckiger Schnittfläche**, vier kongruenten **gleichschenkligen Dreiecken** und zwei kongruenten **Trapezen**. Die Oberfläche der Endform, des Kubtetraeders, besteht aus sechs kongruenten **Sechsecken** mit parallelen Seitenpaaren und vier kongruenten **gleichseitigen Dreiecken**. Die Schnittfugenstruktur bildet sich auf dem Würfelnetz folgendermaßen ab:



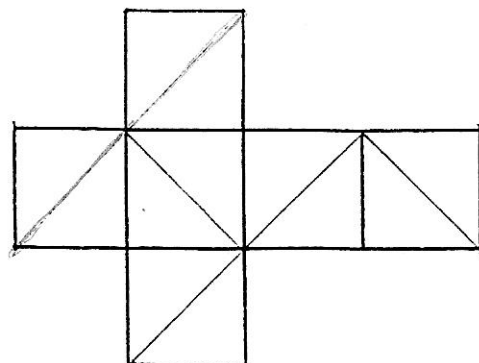
Kuboeder Nr. 9B

Mit dem hier vorgenommenen Schnitt kommen wir mit einer Folge zu vier Schnitten zu derselben Endform. Die Schnitte teilen die Würfelkanten im Verhältnis 1:2. Am Hauptkörper entstehen Schnittflächen aus **gleichseitigen Dreiecken** und es werden vier Teilkörper ausgebildet. Jeder von ihnen stellt eine *Pyramide* mit **gleichseitigem Dreieck** als Grundfläche und drei kongruenten **gleichschenkligen Dreiecken** dar, die sich im Pyramidscheitel treffen. Die Oberfläche der Endform, des Kerns, wie vor. Auf dem Würfelnetz zeichnet sich folgende Schnittlineatur ab:



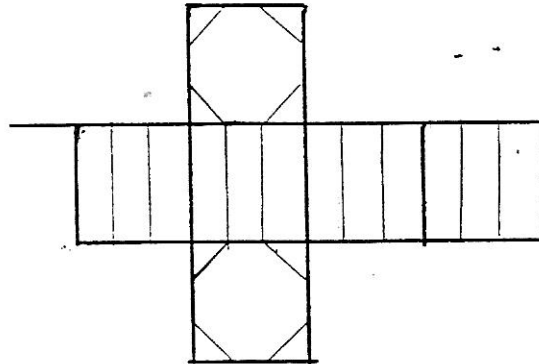
Kuboeder Nr. 10

wie Kuboeder Nr. 6, erste Schnittfolge. Die Oberfläche der vier Teilkörper besteht aus Schnittfläche und drei kongruenten **rechtwinkligen Dreiecken** mit zwei gleich großen spitzen Winkeln. Die Endform ist ein regelmäßiges Tetraeder. Auf dem Würfelnetz stellt sich der Schnitt wie folgt dar:



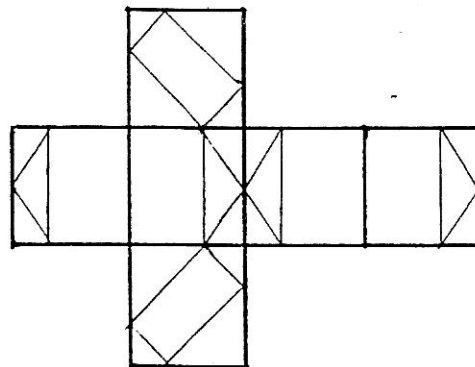
Kuboeder Nr. 11

wie Kuboeder Nr. 7, erste Schnittfolge. Der Körper der Endform ist ein gerades *achteckiges Prisma* (Säule). Grund- und Deckfläche ist ein **Achteck** mit je vier langen und vier kurzen Seiten. Dies zeichnet sich auf dem Würfelnetz wie folgt ab:



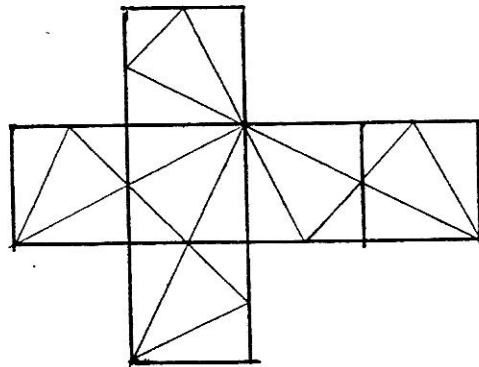
Kuboeder Nr. 12

Bei diesem Schnitt handelt es sich um eine Mischform. Er beginnt mit einem Kanten- und endet mit einem Eckenschnitt. So entstehen am Hauptkörper zunächst zwei **Rechtecke** als Schnittflächen, dann vier **gleichschenklige Dreiecke**. Die entsprechenden Abschnitte bilden zwei *Prismen* mit **gleichschenkligen Dreiecken** als Boden- und Deckfläche aus und vier *schiefe Pyramiden*, deren Seitenflächen **rechtwinklige Dreiecke** sind, davon sind zwei kongruent. Die Endform ist ein oblonges Prisma oder *Quader*, an dessen Stirnseiten je eine *viereckige gerade Pyramide* aufgesetzt ist. Die Seitenflächen der Pyramide bestehen aus vier **gleichschenkligen Dreiecken**, von denen die jeweils gegenüberliegenden Flächen kongruent sind. Auf dem Würfelnetz sieht dies wie folgt aus:



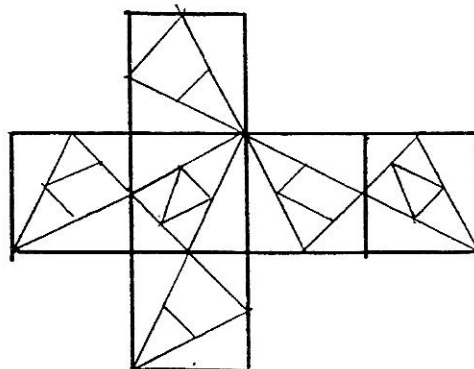
Kuboeder Nr. 13

Die sechs Schnittflächen am Hauptkörper sind **gleichschenklige Dreiecke**. Die sechs Teilkörper der Abschnitte sind *schiefe Pyramiden*. Die Schnittfläche bildet die Grundfläche der Pyramide und demzufolge ein **gleichschenkliges Dreieck**. Die Seitenflächen sind **rechtwinklige Dreiecke**, von denen zwei kongruent sind. Die Endform läßt sich als ein Körper beschreiben, der eine *gerade sechseckige Doppelpyramide* mit **regelmäßigem Sechseck** als Basis und zwölf kongruenten **gleichschenkligen Dreiecken** als Pyramidenseiten darstellt. Die Lineatur dieses Schnitts stellt sich auf dem Würfelnetz wie folgt dar:



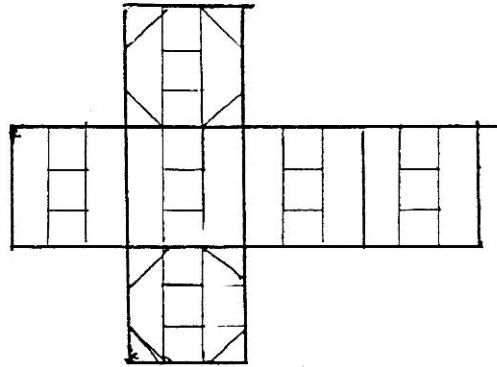
Kuboeder Nr. 14

Schnitt und Körperformen zunächst wie Kuboeder Nr. 13. Dann eine weitere Schnittfolge am Hauptkörper. Die Schnittfläche bildet ein **Sechseck** mit vier langen und zwei kurzen Seiten. Den langen Sechseckseiten benachbart sind vier **Trapezflächen** mit verschiedenen langen Seitenschenkeln. Die kurzen Sechseckseiten bilden die Basis von **gleichschenkligen Dreiecken**. Die Oberfläche der sechs Teilkörper besteht aus **Sechseck** (Schnittfläche), zwei kongruenten **gleichschenkligen Trapezen** und vier kongruenten **gleichschenkligen Dreiecken**. Als Endform entsteht ein gerades sechseckiges Prisma, dessen Deck- und Grundfläche in *geraden sechseckigen Pyramiden* auslaufen. Auf dem Würfelnetz zeichnet sich dieser Schnitt wie folgt ab:



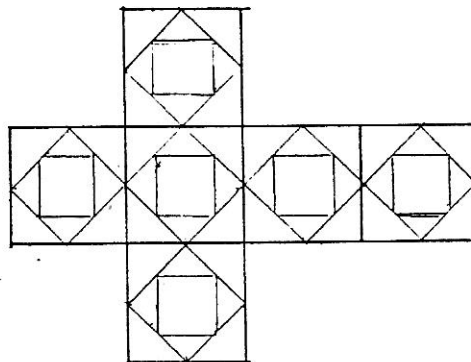
Kuboeder Nr. 15

wie Kuboeder Nr. 7. Dann Schnittfolge mit acht Abschnitten. Die Schnittfläche ist ein **gleichseitiges Dreieck**, das auch die Basis bildet der sehr flachen Pyramidenform der acht Teilkörper. Die Oberfläche der Endform dieses zwanzigfachen Schnitts besteht aus achtzehn kongruenten **Quadraten** und acht kongruenten **gleichseitigen Dreiecken**. Die Lineatur der Schnittfugen ist, auf das Würfelnetz übertragen, folgende:



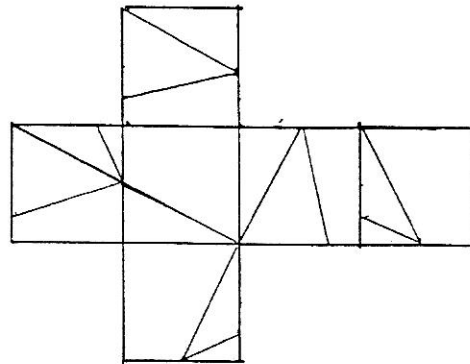
Kuboeder Nr. 16

wie Kuboeder Nr. 5. Dann Schnittfolge mit der Schnittfläche eines **Rechtecks** und 12 Abschnitten. Die zwölf Teilkörper sind *Pyramiden*, deren Grundfläche die Schnittfläche ist. Die Pyramidenseitenwände bestehen aus zwei **gleichseitigen Dreiecken** und zwei **gleichschenkligen Dreiecken**. Die Oberfläche des Polyederkerns setzt sich aus acht kongruenten **gleichseitigen Dreiecken**, sechs kongruenten **Quadraten** und zwölf kongruenten **Rechtecken** zusammen. Auf dem Würfelnetz stellt sich der Schnitt in folgender Lineatur dar:



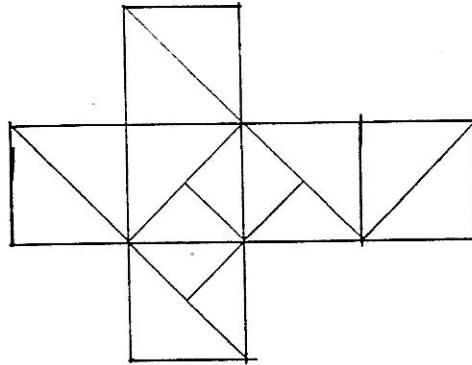
Kuboeder Nr. 17A

Zwei Schnittfolgen mit je drei Abschnitten. Die ersten weisen Schnittflächen in der Form eines **gleichseitigen Dreiecks** auf. Die Teilkörper bestehen aus der Schnittfläche und drei kongruenten **rechtwinkligen Dreiecken** mit zwei gleich großen spitzen Winkeln. Die zweite Folge erzeugt Schnittflächen in der Form eines **Rhombus**, das im ersten Schnitt von zwei **gleichschenkligen Trapezen** und zwei **rechtwinkligen Dreiecken**, im zweiten Schnitt von einem **gleichschenkligen Trapez**, von einem **rechtwinkligen, gleichschenkligen Dreieck** und zwei **Rhomben**, und im dritten Schnitt von vier kongruenten **Rhomben** eingefasst ist. Die Teilkörper dieser Schnitte sind *schiefe viereckige Pyramiden* mit der Grundfläche eines **Rhombus** (Schnittfläche). Die Seitenflächen werden gebildet von zwei **gleichseitigen Dreiecken** und zwei **gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecken**. Die Körperoberfläche des Würfelkerns, ein trigonales *Rhomboeder*, besteht aus sechs kongruenten **Rhomben**. Die Lineatur des Schnitts ist folgende:



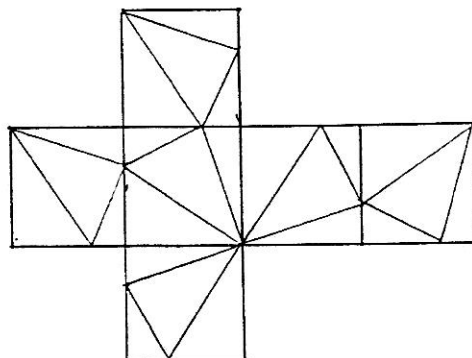
Kuboeder Nr. 17B

Die Schnittfläche des ersten, dritten und fünften Schnitts ist ein **Trapez**, die des zweiten, vierten und sechsten Schnitts ein **gleichschenkliges Dreieck**. Entsprechend ist der Teilkörper entweder ein *dreiseitiger Pyramidenstumpf* oder eine *dreiseitige schiefe Pyramide*. Im ersten Fall sind Grund- und Deckfläche zwei ähnliche **rechtwinklige Dreiecke** und die Seitenflächen sind die Schnittfläche und zwei **Trapeze**. Im zweiten Fall ist die Schnittfläche die Grundfläche und die Seitenflächen bilden drei **Dreiecke**. Die Endform dieses Schnitts zeigt sich als eine *gerade dreiseitige Doppelpyramide*. Beiden Pyramiden gemeinsam ist die Grundfläche, die ein **gleichseitiges Dreieck** darstellt. Auf das Würfelnetz projiziert, reihen sich die Fugen des Schnitts folgendermaßen:



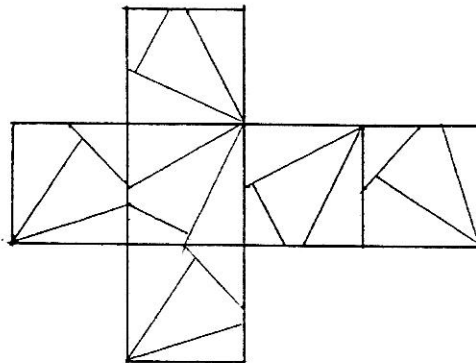
Kuboeder Nr. 18

Die sechs Schnittflächen sind **Dreiecke** mit je drei verschiedenen Seitenlängen. Es entstehen sechs Teilkörper in der Form einer *schiefen dreiseitigen Pyramide*. Die in der Spitze vereinigten Seitenflächen sind **rechtwinklige Dreiecke**. Die Körperoberfläche der Endform, ein *hexagonales Skalenoeder*, besteht aus zwölf kongruenten **Dreiecken** mit einer langen, einer mittellangen und einer kurzen Dreiecksseite. Die Schnittfugen ergeben folgende Würfelnetzzeichnung:



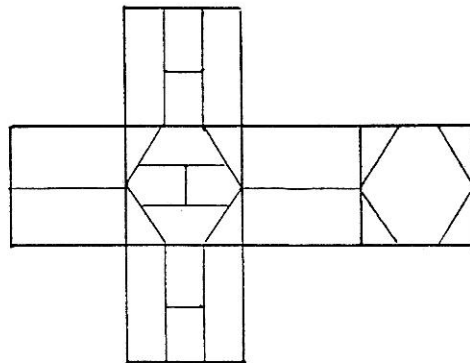
Kuboeder Nr. 19

Erste Schnittfolge mit drei Schnitten: Die Schnittflächen sind **gleichschenklige Dreiecke**. Es gibt drei Teilkörper in der Form einer *schiefen Pyramide*, deren Grundfläche die Schnittfläche ist. Die Seitenflächen sind **rechtwinklige Dreiecke**, von denen zwei kongruent sind. Zweite Schnittfolge: Die Schnittflächen sind **unregelmäßige Vierecke**. Die drei Teilkörper haben eine Oberfläche mit zwei schief zueinanderliegenden **Dreiecken** (groß und klein), deren Eckpunkte durch Gerade verbunden sind. Dadurch entstehen drei **Vierecke** (Schnittfläche und zwei weitere). Zwei gerade *sechseckige Pyramiden*, die sich gegenseitig durchdringen, bilden die Endform, ein *hexagonales Trapezoeder*. Auf dem Würfelnetz zeichnet sich die Reihe der Schnittfugen wie folgt ab:



Kuboeder Nr. 20

Drei Schnittfolgen mit je vier Schnitten. In der ersten ist die Schnittfläche ein **Rechteck** und die vier Teilkörper sind gerade *dreiseitige Prismen* mit **Rechtecken** als Seitenflächen. Eine davon ist Schnittfläche. Boden- und Deckfläche sind kongruente **rechtwinklige Dreiecke**. Schnittfolge zwei zeigt **gleichschenklige Trapeze** als Schnittflächen. Die vier Teilkörper dieser Folge werden aus zwei **gleichschenkligen Trapezen** (eines davon ist Schnittfläche), zwei kongruenten **rechtwinkligen Dreiecken** und einem **Quadrat** gebildet. Bei der dritten Schnittfolge stellen die Schnittflächen ein **Fünfeck** dar mit vier gleich langen und einer längeren Seite. Die zu dieser Folge gehörenden Teilkörper weisen zwei **Fünfecke** (eines davon als Schnittfläche), zwei kongruente **Vierecke** und zwei kongruente **rechtwinklige Dreiecke** auf. Zwölf kongruente **Fünfecke** bilden die Oberfläche des *Pentagon-Dodekaeders* als Endform aus. Am Würfel entsteht eine Schnittfugenstruktur, die sich auf seinem Metz wie folgt darstellt:



Soweit die Beschreibung der Kuboeder-Reihe.

KUBOEDER

	Mathematik	Ästhetik	Sprache	Somatologie
Was ist das?	Eine Reihe	Kristallin	geschnittener	Würfel
Was stellen sie dar?	Eine durchgehend math. Struktur	Eine maßvolle Gliederung von hoher ästh. Potenz	generative Muster	harmonische Körper-Formen
Wohin liegt ihre Bildungskraft?	In der Klarheit des Maßes	In der Erschöpfung von Innen-Außen-Verhältnissen	In der Textur des Schnitts	In der geistigen Dimension des bloß Körperlich
Was ist das didaktisch Besondere?	Die physiogen bedingte geometrische Instrumentiertheit von Handlungsgew.	Die Triade Ganzes = Würfel Schale = geom. Abschn. Kern = Polyeder	Die im Schnitt artikulierte geometrische Ordnung	Die elementare Physis
Was kann der Umgang mit den Würfeln bewirken?	Ein formal strukturiertes, sinnlich motiviertes körperliches Geschick, das math. Verstehens- und elementare Erkenntnisprozesse in Gang setzt.	Sensibilisierung für das wesentliche körperliche natürlicher Erscheinungsweise	Rhythmisierende Erfahrungen von Formengrammatisierter Ordnungen	Selbst-Verständnis und Selbst-Erkenntnis als Objektivierungsprozess von Körperlichkeit
Was kann der Schüler lernen?	Umwandlung math. Formen in Aktions-sprache (Programmieren)	Kultivierung der sinnlichen Wahrnehmung	Artikulation von Gesetz und Ordnung als regelgeleitete Folgen von Handlungen	harmonikale Zusammenhänge aufbauen